Sonderforschungsbereich
343

Diskrete Strukturen in der Mathematik

Ergebnis- und Arbeitsbericht
Februar 1997 – Dezember 2000

Universität Bielefeld

Teil 1
Allgemeiner Teil

Der Sonderforschungsbereich 343 "Diskrete Strukturen in der Mathematik" legt hiermit seinen vierten und letzten Arbeits- und Ergebnisbericht vor, der den Zeitraum vom Februar 1997 bis Januar 2001 umfasst. Diese Zeit war für den SFB besonders ertragreich. Es konnten die Früchte langjähriger Anstrengungen geerntet werden.

Jedoch müssen wir gleich zu Beginn von einem für uns besonders traurigen und schmerzlichen Ereignis berichten. Am 16. Juli 1999 starb Walter Deuber, einer der Begründer und der erste Sprecher des Sonderforschungsbereichs. Auf ihn geht ein Teil der Konzeption des SFB zurück, seine weitere Ausgestaltung sowie sein organisatorischer Aufbau. Walter Deuber wußte seit Ende 1997 daß ihm nur noch wenig Zeit zu leben blieb. Dennoch hat er sich 1998 nochmals als Sprecher des SFB zur Verfügung gestellt. Das entsprach seiner Überzeugung, daß es besser sei, sich den wesentlichen Aufgaben zu stellen, solange die Kraft reicht. Er war seiner Wissenschaft in all ihren Facetten zutiefst verbunden: der Forschung samt der notwendigen Organisation, der Einwerbung von Stellen und Mitteln, der Förderung von Nachwuchs, der Herausgabe von Zeitschriften, der Lehre, sowie der Selbstverwaltung, an der er in zahlreichen Funktionen unter anderem als Dekan, stellvertretender Direktor des Zentrums für interdisziplinäre Forschung und in internationalen Gremien beteiligt war. Walter Deuber starb im Alter von 56 Jahren.

1.1 Rahmenbedingungen

Wir berichten zunächst über die personelle Entwicklung im Sonderforschungsbereich.

Berufungen

In den vergangenen vier Jahren haben folgende Mitarbeiterrinnen und Mitarbeiter des SFB Rufe erhalten:

Privatdozent Dr. Peter Abramenko	als Associate Professor an die University of Virginia in Charlottesville,
Dr. Ning Cai	an die Chinese University of Honkong,
Privatdozent Dr. Peter Eichelsbacher	auf eine C3-Stelle an der Universität Bochum,
PhD John Klein	als Associate Professor an die Wayne State University, Detroit,
Privatdozent Dr. Steffen König	als Professor an die Universität Leicester,
Privatdozent Dr. Manfred Lehn	auf eine C2-Stelle an der Universität Köln,
Privatdozent Dr. Matthias Löwe	an die Universität Nijmegen,
Privatdozent Dr. Thomas Müller	an das Queen Mary College London,
Privatdozent Dr. Dietrich Notbohm	auf eine Lectureship-Position University Leicester,
Dr. Victor Pidstrigatch	auf eine C3-Stelle an der Universität Göttingen,
Privatdozent Dr. Gerhard Röhrle	an die Universität Leeds,
Privatdozentin Dr. Luise Unger	an die Fernuniversität Hagen,
Privatdozent Dr. J. F. Brasche	auf eine Lebenszeit-Dozentur an der Universität Göteborg,
Dr. J. Assing	auf eine Lebenszeit-Dozentur an der Universität Edinburgh,
Dr. Jan Schröer	an die University Birmingham.

Herr Röckner erhielt 1999 einen Ruf auf eine $C4$-Stelle an die Universität Leipzig. Der SFB ist glücklich darüber, daß es der Universität und Fakultät gelungen ist, Herrn Röckner in Bielefeld zu halten.

Im Jahre 2000 nahm Herr Kondratiev, Universität Bonn, einen Ruf auf eine $C3$-Stelle für "Mathematische Physik und Stochastische Modelle" an unserer Fakultät an. Mit seinen Forschungsschwerpunkten werden wichtige Forschungsgebiete der Analysis und Stochastik ausgebaut.

Mitarbeiter-Grundausstattung

Das bei der letzten Begehung seitens der Gutachter thematisierte Grundausstattungsproblem bei den Assistenstellen hat sich in den letzten drei Jahren durch einen weiteren Verlust von 2 C1-Stellen im Rahmen von Stellenkürzungsrunden des Landes leider weiter verschärft. Die vom Land auf Vorschlag der Gutachter auch für 1997–2000 dankenswerterweise zur Verfügung gestellten Sondermittel für die Grundausstattung des Teilprojektes B3 haben die Förderung von Herrn Dr. Eichelsbacher auf einer weiteren C1-Stelle ermöglicht (vergl. Abschnitt Berufungen). Auch Herr Dr. Bäumer konnte für drei Jahre auf einer BAT IIa/2-Stelle gefördert werden. Diese Sondermittel für die Grundausstattung des Teilprojektes B2 wurden vom Rektorat zugewiesen. Für zukünftige größere Drittmittelanträge wird das Grundausstattungsproblem erneut zu thematisieren sein.

Stipendiaten

Es arbeiteten am SFB die Heisenberg-Stipendiaten Dr. Peter Abramenko, Dr. Steffen König und Dr. Thomas Müller. Durch DFG-Habilitationsstipendien wurden die Wissenschaftler Dr. Henning Krause, Dr. Gerhard Röhrle und Dr. Eckhard Steffen gefördert.

In der Berichtsperiode forschten die Humboldt-Preisträger G. A. Margulis, (Yale), S. Adian (Moskau), L Gross (Cornell) und G. Lehrer (Sydney) an der Fakultät. In einem von der Humboldt-Stiftung 1998 veröffentlichten Vergleich der Verteilung der Stipendiaten und Preisträger auf die mathematischen Fachbereiche in der vergangenen Dekade nimmt Bielefeld zusammen mit Bonn eine Spitzenstellung ein (vergl. 1.3)

Abschlußtagung

Vom 22. bis 26. Juni 2000 veranstaltet der Sonderforschungsbereich ein Symposium mit dem Thema "Perspectives in Discrete Structures in Mathematics". Diese Tagung war insbesondere dem wissenschaftlichen Werk und dem Andenken von Walter Deuber gewidmet. Seine Forschungsgebiete in der Kombinatorik und diskreten Mathematik lagen an der Schnittstelle der Forschungsthemen des Sonderforschungsbereiches. Als Ergänzung zum Themenspektrum des Symposiums sind die übrigen Tagungen bzw. Workshops der Berichtsperiode in den Projektbereichen (A1, B1/B2, B6) bzw. (A2, A3, B3, B6, B7, C2/C5) zu sehen, die weitere wesentliche Aspekte der Arbeit des SFB vorstellten.

Räume

Bei der Vielzahl von Mitarbeitern und Gästen insbesondere in den Sommermonaten und in den Monaten November und Dezember reichten die Büroräume des SFB nicht aus und es mußten zusätzliche Räume der Fakultät genutzt werden. Diese Erfahrungen sollten berücksichtigt werden, um eine angemessene Unterbringung der neuen durch die DFG geförderten Forschergruppe "Spektrale Analysis, asymptotische Verteilungen und stochastische Dynamik" und weiterer Drittmittel-Projekte sowie in Hinsicht auf weitere größere Anträge zu gewährleisten. Dies sollte insbesondere vor dem Hintergund des ansteigenden Raumbedarfs der Universität für Forschungsvorhaben anderer Fakultäten berücksichtigt werden.

Rechner

Mit Hilfe von speziell für den SFB bereitgestellten Landesmitteln in Höhe von 360.000 DM sowie 300.000 DM aus einem WAP-Antrag und zusätzlichen Fakultäts- und Universitätsmitteln ist die Rechner- und Netzausstattung im Bereich des SFB und der beteiligten Arbeitsgruppen im Berichtszeitraum wie folgt erneuert worden:

1. Es wurden Wissenschaftler-Arbeitsplätze eingerichtet oder ersetzt, inclusive der zugehörigen zentralen File- und Rechenserver sowie der Peripherie wie Drucker usw.
2. Das Rechnernetz der Fakultät wurde im Berichtszeitraum vollständig modernisiert, so daß jeder Arbeitsplatz nun über einen Netzanschluss mit einer Kapazität von 100 Megabit verfügt.
3. In Kooperation mit der American Mathematical Society wurde der Bielefelder Server-Rechner für die Mathematical Reviews ("MathSciNet") erneuert. Dies ist eine Installation der Fakultät, die nicht nur dem SFB, sondern allen mathematischen Instituten Deutschlands und sogar Europas zugute kommt.

Preprint-Reihe

Die Preprint-Reihe und die Ergänzungsreihe waren für die direkte Kommunikation und den Austausch mit Kollegen, die auf dem gleichen Gebiet arbeiten, sowie für den Austausch mit anderen wissenschaftlichen Einrichtungen

wesentlich. In der Ergänzungsreihe liegen Tagungsberichte und Materialien, aber auch wissenschaftliche Texte wie Vorlesungsausarbeitungen und Übersichtsartikel vor, die in dieser Form nicht anderweitig erscheinen sollen; im allgemeinen ist daher die Auflage höher. Darüber hinaus haben wir einen FTP-Server für die in den beiden Reihen des SFB 343 erscheinenden Arbeiten im Internet eingerichtet, der intensiv genutzt wurde. Für die im SFB zusammen mit Gästen und Mitarbeitern fertiggestellten Arbeiten, die bis Ende 2000 noch nicht in der Preprint-Reihe erschienen sind, jedoch für den abschließenden Bericht wesentlich sind, wurde die Preprintreihe um ein Supplement auf dem Server ergänzt.

Zentrale Verwaltung

Die zentrale Haushaltsführung, insbesondere die zentrale Zuweisung der Mitarbeiterstellen der Ergänzungsausstattung durch die DFG, hat sich nicht zuletzt auch wegen der sehr kooperativen Zusammenarbeit mit der Universitätsverwaltung auch in den letzten Jahren bestens bewährt. Allerdings erschwerten im letzten Jahr neue Vorschriften des Landes, die sich insbesondere bei Einstellung von Wissenschaftlern aus Osteuropa immer wieder als völlig wirklichkeitsfremd erwiesen, eine flexible Handhabung der Personalmittel.

Die Verwaltung des SFB lag wieder in den bewährten Händen von Frau Adelinde Mehler. Sie hat sich darüber hinaus freundlich um die kleinen und manchmal auch größeren Probleme der Mitarbeiter und Gäste gekümmert. Ihre Arbeit und ihre Hilfsbereitschaft hat mit zum Erfolg des SFBs beigetragen.

1.2 Wissenschaftliche Entwicklung

Dieser Bericht präsentiert eine Fülle von Ergebnissen, Methoden und Verfahren zu mathematisch relevanten diskreten Strukturen. Die Resultate können in ihrer Vielfalt und Vielzahl hier nicht dargestellt werden. Wir nennen daher weiter unten nur einige herausragende. Der sichtbare und zählbare Erfolg des SFB beruht nicht zuletzt darauf, daß Kenntnisse und Erfahrungen aus verschiedenen Gebieten der Mathematik zusammengeführt werden konnten. Das belegt die Kooperation der verschiedenen Teilprojekte untereinander, wie auch mit anderen Forschungseinrichtungen, in gemeinsamen Arbeitsgruppen und Seminaren und bei gemeinsamen Publikationen. Näheres dazu findet sich im Abschnitt 1.3. Wir nennen hier nur drei Beispiele:

- Arbeitsgemeinschaft Schwede -Krause zur Stabilen Homotopietheorie

- Arbeitsgemeinschaft zu Modulräumen und differentialgeometrischen Methoden beim Studium von Quantengruppen
- Zusammenarbeit mit dem Forschungsschwerpunkt Mathematisierung-Strukturbildungsprozesse (in dem unter anderem die Themen der ehemaligen Teilprojekte A4 und B5 weiterbearbeitet werden) etwa bei der Generierung von Listen spezieller Graphen oder bei diskreten dynamischen Systemen

Eine weitere Quelle von Anregungen war das Gästeprogramm des SFB (siehe 4.1). Die Möglichkeiten intensiven Gedankenaustauschs mit Kolleginnen und Kollegen aus anderen nationalen und internationalen Forschungseinrichtungen verschiedensten Zuschnitts, und deren einzelne Teilprojekte übergreifende Interessen bewirkten Kooperationen von denen wir nur zwei nennen wollen: - Hamiltonsche Quaternionen über zahlentheoretischen Ringen (Lysionok, A1,A3) - Werte quadratischer Formen (Margulis, A2, B3) Bei allen Teilprojekten bestand ein reges auswärtiges Interesse an Mitarbeit. Die Zusammenarbeit mit Forschungseinrichtungen, vor allem aus Mittel- und Osteuropa sowie Russlands, konnten weiter ausgebaut werden.

Wir stellen nun herausragende Ergebnisse aus den einzelnen Teilprojekten vor. Die Zitate beziehen sich auf die jeweils dort angegebene Literatur.

Die Schwerpunkte des Forschungsprogramms des Teilprojekts A1 lagen im Berichtszeitraum in den Bereichen:

1. Algebraische K-Theorie von Räumen und Ringspektren
2. Algebraische Konstruktionen über "Brave new rings" (= strukturierte Ringspektren)
3. Operaden

Bei Antragstellung hatte der dritte Bereich nur untergeordnete Bedeutung, gewann aber in steigendem Maße durch Anregungen und Anfragen von außen unser Interesse. Eine wesentliche Erleichterung für die Behandlung algebraischer Konstruktionen über Ringspektren kam mit der Entdeckung eines assoziativen, kommutativen und unitären Smashprodukts für Spektren von Elmendorff, Kriz, Mandell und May. Etwa zeitgleich offerierte J. Smith eine Konkurrenzkonstruktion, und ein wenig später brachte Lydakis eine weitere, sehr einfache Variante ins Gespräch. Alle drei Konstruktionen haben

ihre Vorteile, so daß ihr Vergleich in den Vordergrund rückte. Es stellte sich schnell heraus, daß das von Quillen entwickelte Konzept der Modellkategorie einmal ein geeigneter Rahmen für einen solchen Vergleich liefert und zum anderen ein hervorragendes Werkzeug für die Behandlung von Algebra über "Brave new rings", zum Studium von operadischen Strukturen oder von Homotopiekohärenzproblemen ist. Die wichtigsten Resultate im Bereich des ersten Schwerpunktes dürften der Beweis des Fundamentalsatzes, die Ergebnisse über die K-Theorie eines Pushouts von Ringspektren sowie die Behandlung der K-Theorie projektiver Räume "uber Ringspektren" sein. Dazu wurden aber auch algebraische Konstruktionen über "brave new rings", aus dem zweiten Schwerpunkt herangezogen. An Ergebnissen aus dem zweiten Schwerpunkt sind neben der bereits erwähnten Untersuchung projektiver Räume insbesondere die Arbeiten zum Vergleich der Smashprodukte in verschiedenen Kategorien von Spektren hervorzuheben. Modellkategorien oder die etwas schwächeren Strukturen einer Kofaserungs- bzw. Faserungskategorie haben als Werkzeug auch Bedeutung im dritten Schwerpunkt, operadische Strukturen. Das wichtigste Resultat in diesem Bereich ist die Beziehung n-fach monoidaler Kategorien zu n-fachen Schleifenräumen.

Im Teilprojekt A2A kann über folgende herausragende Ergebnisse berichtet werden: Beim Themenbereich 3 über affine kristallographische Gruppen wurde die seit 1964 offene Auslander-Vermutung für Dimensionen bis einschließlich 6 bewiesen. Im Themenbereich 4 wurde eine Vermutung von Siegel aus dem Jahre 1959 bewiesen. Sie besagt, daß die Metrik in einem Siegelschen Fundamentalbereich bis auf grobe Isometrie dieselbe ist wie die des Bahnenraumes. Im Themenbereich 2 über Gebäude wurde die Axiomatik der Zwillingsgebäude weiterentwickelt und Beispiele von solchen Gebäuden und den damit zusammenhängenden Kac-Moody-Gruppen studiert. Schließlich gab es Fortschritte beim Hasse-Prinzip für Ausnahmegruppen und bei der Bestimmung kohomologischer Invarianten von einfachen algebraischen Gruppen.

Die wesentlichen Arbeiten im Teilprojekt A2B sind die folgenden:

- I.Kersten hat die "Gesammelten Werke" von Ernst Witt herausgegeben (Springer 1998).
- J. Hurrelbrink und U. Rehmann haben Zerfällungsverhalten quadratischer Formen untersucht (Crelle 1998).

- O. T. Izhboldin hat einen Körper mit u–Invariante 9 beschrieben (2000, erscheint in Annals Math.)
- M. Knebusch und U. Rehmann haben generische Zerfällungskörper und generische Zerfällungs-Vorbereitung quadratischer Formen beschrieben (2000, Proceedings of "Quadratic Forms and their Applications", Dublin).

Für das Teilprojekt A3 soll hervorgehoben werden:

1. Es wurde die Monographie J. Elstrodt, F. Grunewald, J. Mennicke: *Groups acting on hyperbolic space* fertiggestellt. Sie ist im Jahre 1997 in der Reihe Springer "Monographs in Mathematics" erschienen.
2. Es wurde an der Uniformisierungstheorie dreidimensionaler Mannigfaltig keiten gearbeitet, vornehmlich im Fall der hyperbolischen Uniformisier barkeit. Die Klasse der Mannigfaltigkeiten, die mit einem einfach punk- tierten Torus über der Kreislinie fasern, konnte sehr transparent als Quotienten des hyper- bolischen Raumes nach Gittern herzustellen. Diese Darstellungen lassen es zu, geometrische Invarianten, wie das Volumen und arithmetische Invari- anten, wie den Spurenkörper, abzulesen.
3. Es wurden kombinatorisch-gruppentheoretische Probleme mit geometrischen und analytischen Hilfsmitteln angegangen. Für klassische Abzählprobleme wie etwa bei den Untergruppen eines fixierten Index in freien Produkten mit Amalgam wurden neue Aussagen über Paritäten gefunden; dabei spielen Fermatsche Primzahlen eine überraschende Rolle.

Im Teilprojekt B1 haben Ahlswede, Aydinian und Khachatrian eine Entwicklung auf dem Gebiet der Extremalprobleme eingeleitet. Sie bestimmten die maximale Kardinalität einer Menge von Vektoren in $E(n,w)$, deren lineare Hülle eine Dimension nicht größer als k hat vollständig. Es gibt verschiedene Motivationen zum Studium der Funktion $M(n,k,w)$. Eine davon besteht in den Codes konstanten Gewichtes, die in der Informationstheorie studiert werden, und dem Zusammenspiel von zwei Eigenschaften: konstantem Gewicht

und Linearität. Eine andere Motivation ist die tiefe Verbindung mit anderen geometrischen Extremalproblemen wie dem höher dimensionalen Erdös-Moser Problem, Littlewood-Offord Problem usw.Es wurden Probleme und Vermutungen mitgeteilt. Darüberhinaus wurden erste Ergebnisse für Antiketten erreicht. Weiterhin wurde das folgende geometrische Problem untersucht: Wieviele $(0,1)$-Vektoren in $\mathbb{R}^n$ mit Gewicht w, derart daß keine zwei Vektoren orthogonal sind, können in einem k-dimensionalen Unterraum von $\mathbb{R}^n$ liegen ? Es wird die Lösung für $k < 2w$ und für k's angegeben, die im Vergleich zu w groß sind. Eine äquivalente Formulierung: bestimme für positive ganze Zahlen $t \leq w \leq n$, $k \leq n$

$$I_k(n,w,t) \triangleq \max\{|\mathcal{A}| : \mathcal{A} \subset E(n,w), \mathcal{A} \text{ ist } t\text{-intersecting}, \dim(\mathcal{A}) \leq k\}.$$

Hier wird zunächst der Fall $t = 1$ behandelt. Der allgemeine Fall ist sehr viel schwieriger. Man schreibt $I_k(n,w)$ für $I_k(n,w,1)$. Das bekannte Ergebnis von Erdös-Ko-Rado besagt, daß $I_n(n,w) = \binom{n-1}{w-1}$ für $2w \leq n$. Man beachte daß für $2w < n$ ein Stern, d.h. die Menge von Vektoren in $E(n,w)$ mit 1 in einer festen Koordinate, das Optimum annimmt. Für $2w = n$ gibt es viele andere Optima. Man beachte ferner, daß ein Stern $\mathcal{A}$ mit $|\mathcal{A}| = \binom{n-1}{w-1}$ erfüllt, daß $\dim(\mathcal{A}) = n-1$. Somit ergibt das EKR-Theorem auch die Lösung für den Fall $k = n-1$, also für $2w \leq n$ ist $I_{n-1}(n,w) = \binom{n-1}{w-1}$. Für $2w > n$ ist trivialerweise $I_n(n,w) = \binom{n}{w}$ und $I_k(n,w) = \max\{|U_k^n \cap E(n,w)| : U_k^n \text{ ist } k\text{-dimensionaler Unterraum von } \mathbb{R}^n\} = M(n,k,w)$.

Ergebnisse für Extremalprobleme die Dichten von unendlichen Mengen von Zahlen betreffen wurden von Ahlswede, Khachatrian und Sárkösy erzielt. In [99-050] wurden neue Konzepte dargestellt und analysiert, in [98-068] wurden bemerkenswerte Verbesserungen von Ergebnissen von Erdös/Sárközy/Szemerédi, sowie Pomerance/Sárközy und Sárközy erzielt und Verbindungen zu den Davenport/Erdös Theorem hergestellt. Desweiteren wurde in [98-077] ein starkes Ergebnis für ein klassisches Problem erzielt: Erdös hat gezeigt, daß für ein primitives $A \subset \mathbb{N}$ (endlich oder unendlich) $\sum_{a \in A} \frac{1}{a \log a} < c_2$ gilt. Daraus folgt, $A(x) < \frac{x}{\log\log x \log\log\log x}$ für unendlich viele x. Es wurde bewiesen, daß dies bestmöglich ist bis auf einen Faktor von $(\log\log\log x)^\epsilon$.

Ein Code (variabler Länge wird als fix-free bezeichnet, wenn kein Codewort weder Anfang noch Ende eines anderen Codeworts darstellt. Eine Datenbank, die mit hilfe eines fix-free Codes generiert wurde, hat daher den Vorteil, dass sie sowohl vom Anfang als auch vom Ende sofort (instantaneously decodeable) dekodierbar ist. In [97-039] wurde die Existenz solcher Codes untersucht, Zusammenhänge zum deBrujin Netzwerk dargestellt. Insbesondere möchten wir auf die follgende Vermutung verweisen: Für positive ganze Zahlen $l_1, \ldots, l_N$ mit $\sum_{i=1}^{N} 2^{-l_i} \leq \frac{3}{4}$ existiert ein fix-free Code mit den Codewortlängen $l_1, \ldots, l_N$. Ist die Vermutung richtig, so ist die Konstante bestmöglich.

In seiner Arbeit [00-126] zeigt Ahlswede, folgende Ungleichung, die von großer Bedeutung für die Informationstheorie ist.

Lemma 1. *Sei $\Gamma = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ ein e-uniformer Hypergraph und P sei eine Wahrscheinlichkeitsverteilung auf $\mathcal{E}$. Man definiert eine Wahrscheinlichkeitsverteilung Q auf $\mathcal{V}$ wie folgt:*

$$Q(v) = \sum_{E \in \mathcal{E}} P(E) \frac{1}{e} 1_E(v).$$

Seien $\epsilon, \tau > 0$ fest gewählt, dann existieren Knoten $\mathcal{V}_0 \subset \mathcal{V}$ und Kanten $E_1, \ldots, E_L \in \mathcal{E}$, so daß mit

$$\overline{Q}(v) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{L} \frac{1}{e} 1_{E_i}(v)$$

das folgende gilt:

$$Q(\mathcal{V}_0) \leq \tau,$$
$$\forall v \in \mathcal{V} \backslash \mathcal{V}_0 : (1-\epsilon) Q(v) \leq \overline{Q}(v) \leq (1+\epsilon) Q(v),$$
$$L \leq 1 + \frac{|\mathcal{V}|}{e} \frac{2 \ln 2 \log(2|\mathcal{V}|)}{\epsilon^2 \tau}.$$

In der Arbeit [99-118] wurde das Sperner Theorem wie folgt verallgemeinert.

Lemma 2. *Sei $X = X_1 \dot{\cup} \ldots \dot{\cup} X_s$ mit $|X_i| = n_i$ für $i = 1, \ldots, s$ und sei $\mathcal{A} \subset \binom{X}{w}$ eine Familie mit der Eigenschaft (P):*

Für $A, B \in \mathcal{A}$ und $j = 1, \ldots, s$ impliziert

$E \triangleq A \cap \left(\cup_{i=1}^{j} X_i\right) \neq B \cap \left(\cup_{i=1}^{j} X_i\right) \triangleq F$, daß E und F unvergleichbar sind.

Dann gilt

$$\max\left\{|\mathcal{A}| : \mathcal{A} \subset \binom{X}{w}, \mathcal{A} \text{ hat Eigenschaft } (P)\right\} = \max_{\sum_{i=1}^{s} w_i = w} \prod_{i=1}^{s} \binom{n_i}{w_i}.$$

Im Teilprojekt B2 "Modelle mit Informationsaustausch" ist über folgende Entwicklungen zu berichten:

Schon im Erstantrag aus dem Jahre 89 für den SFB 343 wurden Quantenkanäle angesprochen und als Forschungsprojekt insbesondere formuliert "Der Informationstheorie liegt der klassische Wahrscheinlichkeitsbegriff zugrunde. Im quantenmechanischen Modell wurden hier nur Einwegkanäle studiert. Wir möchten den Aufbau einer Theorie in t-Sender-s-Empfänger- Situationen versuchen." Zum Einwegkanal gab es ein erstes Ergebnis von Holevo (Holevo bound) aus dem Jahre 73 und Holevos Buch von 82. Leider wurde der Einstieg in eine Quanteninformationstheorie immer wieder vertagt, denn seit 94 haben andere, nämlich Schumacher durch eine Analogie zu Shannons Fundamentalsatz zur Quellencodierung, Hausladen et al. durch eine Analogie zu Shannons Fundamentalsatz zur Informationsübertragung und Shor mit einem polynomiellen Faktorisierungsalgorithmus im Quantum Computing (Nevanlinna Preis 1998) einschlägige Fortschritte erzielt. Seit Herbst 1997 haben nun Ahlswede, Löber (bis Juli 1999) und Winter über Fragen der Quanteninformationstheorie gearbeitet. Dabei standen diskrete gedächtnislose Quantenkanäle (mit endlicher Menge von Kanal- oder Ausgangszuständen) im Mittelpunkt des Interesses, genauer, deren Verwendung zu klassischem Informationstransfer. Nach der Entdekkung eines einfachen Beweises für die starke Umkehrung durch Ahlswede mittels eines Covering-Lemmas (siehe Lemma 1 in Bericht B1), daß auch mehrere andere Anwendungen hat oder finden wird, haben dann Ahlswede und Winter [00-122] diese neue Methode auf Quantenkanäle verallgemeinert. Dabei wird die Theorie der reellen Zufallsvariablen durch Analoga in den operatorwertigen Zufallsvariablen ersetzt und so die starke Umkehrung für Quanten-Identifikationscodes bewiesen, ohne die Voraussetzung der Simultanität zu machen. In [00-114] wurde von Ahlswede, Cai und Balkenhol ein neues Kanalmodel definiert. In diesem werden bei paralleler Übertragung von Nachrichten Nebenbedingungen an die auftretenden Fehler gestellt. Genauer gesagt interessiert man sich für die Frage, ob man die in einer Codierung notwendige Redundanz (notwendig für die Korrektur von Fehlern) reduzieren kann, wenn sie auf mehrere Sender verteilt wird. Auf der Seite der Quellencodierung wurde das Identifikationsproblem für Quellen im Null-Fehler-Fall für Codes mit variabler Codewortlänge betrachtet. Hier konnte für den neuen Begriff der Identifikationsentropie aus [97-118] gezeigt werden, daß die mittlere Identifikationslänge eines optimalen Codes unabhängig von der Anzahl der Nachrichten durch 3 beschränkt ist (Ahlswede, Balkenhol und Kleinewächter, [00-120]). Bäumer hat in seiner Dissertation (siehe [00-110]) das Lösungskonzept der Identifikation in der Vorhersagetheorie angewandt. Entsprechend dem Begriff der Vorhersagbarkeit einer Folge, wie er in der Arbeit [M. Feder, N. Merhav und M. Gutman "Universal prediction of individual sequences", IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 38, 1258-1270, 1992] untersucht wurde, wurde ein Begriff der Identifizierbarkeit einer Folge eingeführt. Für diesen wurde ein universelles Verfahren erarbeitet, sowie Schranken, die die Beziehung zur Vorhersagbarkeit klären, wurden hergeleitet. Ahlswede, Cai, Deppe haben für den kombinatorischen Broadcastchannel mit Rückkopplung ([00-115]) eine obere Schranke hergeleitet. Dabei benutzten sie ihre Verallgemeinerung der Eckhoff/Wegener Ungleichung in der Theorie der Isoperimetrien in Folgenräumen. Die Ergebnisse und insbesondere die Code-Konstruktionen aus [Ahlswede, Dueck, "Identification in the Presence of Feedback", IEEE Trans. Inf. Theory Vol. 35/1, 1989] warfen die Frage auf, ob die Identifikationskapazität, falls sie positiv ist, immer gleich einer anderen Größe, der Common-Randomness Kapazität ist. Bei der Erzeugung von Common-Randomness kommunizieren Sender und Empfänger mit dem Ziel, ein Zufallsexperiment mit möglichst hoher Entropie zu erzeugen, dessen Ausgang beiden mit kleiner Irrtumswahrscheinlichkeit bekannt ist. Diese Frage wurde negativ beantwortet. In [97-118] gibt Ahlswede, ein Beispiel für einen Kanal an bei dem die Identifikationskapazität echt größer als die Common-Randomness Kapazität ist. Für die andere Richtung hat Kleinewächter eine Klasse von Kanälen mit vollständiger Rückkopplung konstruiert, bei der die Identifikationskapazität kleiner als die der Common-Randomness Kapazität ist. Diese Ergebnisse haben also gezeigt, daß die Theorie der Common Randomness und der Identifikation verschieden sind. In [01-007] haben Ahlswede, Khachatrian, Mauduit, Sarközy ein zahlentheoretisches Verfahren zur Erzeugung von "Zufallszahlen" entwickelt und dieses Verfahren analysiert.

Im Berichtszeitraum wurden im Teilprojekt B3 folgende Themenbereiche untersucht:

- Gitterpunktprobleme
- Grenzwertsätze
- Große Abweichungen

Im *ersten* Themenbereich sind die folgenden Ergebnisse hervorhebenswert:

1. Die Volumenapproximation der Anzahl der Gitterpunkte in einem *beliebigen* nichtentarteten Ellipsoid vom Durchmesser r hat im $\mathbb{R}^d$ für $d \geq 5$ die optimale Fehlerordnung $\mathcal{O}(r^{d-2})$, wobei die Konstante nur vom Verhältnis der Hauptachsen abhängt. Für *irrationale* Formen ist die Fehlerordnung $o(r^{d-2})$ für $d \geq 5$. Das Ergebnis [00-103] beantwortet die seit der Abschätzung $\mathcal{O}(r^{d-2d/(d+1)})$ von Landau [1915] ungelöste Frage nach der tatsächlichen Größe dieses "Gitter-Restes" für beliebige Ellipsoide in diesen Dimensionen.

2. Als Anwendungen dieses Resultates auf die Verteilung der Werte irrationaler definiter Formen ergibt sich der Beweis einer Vermutung von [Davenport und Lewis 1972], daß die aufeinanderfolgenden Differenzen der geordneten Folge der Werte solcher Formen für $d \geq 5$ gegen Null konvergieren sowie quantitative Verschärfungen dieser Dichteeigenschaft mit expliziten Fehlertermen. Derartige *explizite* Dichteaussagen konnten für $d \geq 9$ in [97-125] auch im sogenannten quantitativen Oppenheim Problem bewiesen werden, daß in [Eskin, Margulis und Mozes 1998] mit ergodentheoretischen Methoden und ineffektiven Fehlertermen für $d \geq 5$ gelöst wurde.

3. Für Formen höheren Grades k wurden in [99-004] allgemeine Bedingungen hergeleitet, unter denen optimale Volumenapproximationen der Anzahl der Gitterpunkte in konvexen Körpern gelten, die durch diese Formen definiert werden. Diese Bedingungen konnten für inhomogene Formen, deren Terme höchster Ordnung Diagonalgestalt haben, für Dimensionen $d \geq c_1 k^{c_2 k}$ nachgewiesen werden. Dieses Ergebnis liefert das erste quantitative Dichteresultat für irrationale positive Formen höherer Ordnung im Unendlichen.

Im *zweiten* Themenkreis sind folgende Resultate besonders hervorzuheben:

1. Die Approximationsrate im Grenzwertsatz für die Verteilung von Summen von i.i.d Zufallsvektoren für Kugeln in Hilberträumen ist von der optimalen Ordnung $\mathcal{O}(n^{-1})$ gleichmäßig für Kovarianzmatrizen mit 12 nach unten beschränkten Eigenwerten, [00-34]. Die Konvergenz der Verteilung beliebiger entarteter U-Statistiken zweiten Grades gegen eine gewichtete χ^2–Typ Verteilung konnte in [97-77] unter ähnlichen Bedingungen mit der Fehlerordnung $\mathcal{O}(n^{-1})$ optimal abgeschätzt werden. Dieses

Resultat beantwortet für beliebige nichtglatte Kerne die seit den sechziger Jahren untersuchte Frage nach der Konvergenzrate für diese wichtige Klasse von quadratischen Anpassungs–Statistiken. Ähnliches konnte in [01-a] auch für eine spezielle Klasse von *gewichteten* U-Statistiken mit Kernen $a_{ij}\ 4X_i\ 4X_j$ gezeigt werden.

2. Logan et al[1973] haben vermutet, daß Students t-Statistik (im i.i.d. Fall) dann und *nur dann* eine nichtentartete Limesverteilung (bzw. Normalverteilung) besitzen, wenn die Beobachtungen im Attraktionsbereich einer stabilen (bzw. einer Normalverteilung) liegen. Dies konnte jetzt für Grenzverteilungen bewiesen werden, die keine Punktmassen (in ± 1) besitzen und zeigt eine überraschende Analogie zum Fall deterministisch normierter Summen, [01-008]. Darüber hinaus gilt, daß der Fehler der Normalapproximation für Student's Statistik, ein moderates Abweichungsverhalten zeigt, d.h. in gewissen Gebieten von der Ordnung der Flanken der Gaußverteilung ist, selbst wenn die Verteilung der Beobachtungen nur drei Momente besitzt, [01-b].
3. Asymptotische Entwicklungen mit Fehler $\mathcal{O}(n^{-1})$ im zentralen Grenzwertsatz für symmetrische Statistiken von Beobachtungen aus endlichen Populationen wurden in [97-012, 99-143,00-42] gezeigt. Das Resultat hat zahlreiche Anwendungen inbesondere auf Teilstichprobenverfahren wie z.B. auf die in [99-071] entwickelten Methoden.
4. Die Konvergenzrate für die Abweichung der mittleren empirischen Verteilung der Eigenwerte einer Wignerschen $n \times n$-Zufallsmatrix vom Wignerschen Halbkreisgesetz, die im letzten Jahrzehnt intensiv untersucht worden war, konnte von $\mathcal{O}(n^{-1/3})$ auf $\mathcal{O}(n^{-1/2})$ verbessert werden, [00-125].

Im *dritten* Themenkreis sind folgende Resultate, die Ausgangspunkt für weitere Untersuchungen bilden, besonders hervorzuheben:

1. Es wurden in [97-076] unter anderem eine vollständige Charakterisierung der Maße auf $(\mathbb{Z})$ bzw. $\mathbb{R}$ gegeben, für die bezüglich eines (diskreten) Gradienten eine Poincaré bzw. eine Log–Sobolev-Ungleichung gilt. Diese Charakterisierung hat zahlreiche Anwendungen bei der Untersuchung von Markovprozessen. Vergläuch die Charakterisierung Gaußscher Maße über Kovarianzfunktionen in [99-094].

2. In einer grundlegenden Arbeit konnten in [97-082] rangabhängige moderate Abweichungen für U-empirische Prozesse in feinen Topologien gezeigt werden mit Anwendungen für Gibbsche Maße vom sogenannten mean-field Typ, [01-d]. Die in der Arbeit [97-082] benutzten Techniken ermöglichten in [01-e] notwendige und hinreichende Bedingungen für ein Prinzip großer Abweichungen für U-Statistiken und von Mises Statistiken zu finden und diese Untersuchungen in [97-031] und [00-008] auch auf Folgen abhängiger Beobachtungen auszudehnen. Weiter konnten moderate und große Abweichungen für U-Prozesse und Pfadweise moderate Abweichungen für diese Prozesse entwickelt werden, siehe [98-082] und [97-105].

Für das Teilprojekt B4 berichten wir über Ergebnisse aus der Partitionstheorie, über Kantenfärbungsprobleme und Wackelbijektionen.

In der Partitionstheorie wird mittels Färbungen von Strukturen nach homogenen Substrukturen gesucht. Lange ist versucht worden, eine Partitionstheorie nicht nur für lineare Gleichungssysteme, sondern auch für lineare Ungleichungssysteme zu entwickeln. Das stieß jedoch auf scheinbar unüberwindliche technische Schwierigkeiten. Die Lösungsmengen partitionsregulärer linearer Gleichungssysteme werden charakterisiert durch die Deuberschen *mpc*-Mengen. Meike Schröder hat nun in ihrer Dissertation gezeigt, daß auch Ungleichungssysteme durch die Deuberschen *mpc*-Mengen vollständig beschrieben werden können. Für diese Leistung ist Frau Schröder 1998 mit dem Richard Rado Preis für Diskrete Mathematik ausgezeichnet worden.

Eine Partitionstheorie für Ordinalzahlen geht auf Erdös und Hajnal zurück. Ein wesentliches Ergebnis aus diesem Bereich stammt von Baumgartner und Hajnal: Zu jeder Ordinalzahl α unterhalb von ω_1, der kleinsten nicht abzählbaren Ordinalzahl, jeder natürlichen Zahl k und jeder Färbung der ungeordneten Paare von Ordinalzahlen kleiner als ω_1 mit k Farben, gibt es eine Teilmenge A von ω_1 mit dem Ordnungstyp α, so daß alle Paare mit Elementen aus A gleich gefärbt sind. Rene Schipperus ist es gelungen eine topologische Version dieses Satzes zu beweisen: Für alle Ordnungstypen verschieden von 0 und unterhalb von ω_1 kann A als abgeschlossene Menge gewählt werden.

Die Untersuchungen zur Struktur und Konstruktion von Snarks (brückenlose, 3-regulärer Graphen mit chromatischem Index 4) und verwandter Themen werden in der Habilitationsschrift von Eckhard Steffen zusammengefaßt. Sie enthält:

- Eine Verschärfung des bei Kantenfärbungen zentralen Theorems von Vizing für Multigraphen.
- Eine Theorie, die den Grad der Unfärbbarkeit von Snarks unter verschiedenen Aspekten beleuchtet.
- Eine Reduktionstheorie für Snarks.
- Strukturuntersuchungen zu kritischen Graphen, die es unter anderem gestatten, zwei Vermutungen von Vizing für Graphen mit vielen Kanten zu beweisen.
- Resultate zur Tutteschen 5-Fluß-Vermutung sowie ein Lückensatz für zirkuläre Flüsse.

Im Zentrum der Überlegungen steht eine Strukturtheorie für Snarks, die langfristig auf die Lösung der Tutteschen Flußprobleme zielt. Es wird der Grund dafür untersucht, daß ein Snark "unfärbbar", d.h., nicht mit drei Farben kantenfärbbar ist und es werden Parameter eingeführt, die die Unfärbbarkeit quantifizieren. Die Parameter werden verglichen und für einige scharfe Abschätzungen gegeben, die bisherige Kenntnisse verbessern und in einigen Fällen bisher offene Probleme lösen, wie unter anderem drei Probleme von Nedela und Skoviera. Steffens Arbeit Classifications and characterizations of snarks *(Discrete Mathematics* 188, 183-203 (1998)), die einige der Ergebnisse enthält, ist von den Mitgliedern des "Editorial Boards" von *Discrete Mathematics* als Editors' choice 98 ausgewählt worden.
(siehe http://www.elsevier.com)

Vizing's Planar Graph Conjecture aus dem Jahre 1965 besagt, daß jeder planare Graph mit maximalem Eckengrad $\Delta \geq 6$ eine Kantenfärbung mit Δ Farben besitzt. In derselben Veröffentlichung, die die Vermutung enthielt, gab Vizing einen Beweis für $\Delta \geq 8$. Da für $\Delta \geq 5$ planare Graphen bekannt sind, die maximalen Eckengrad Δ, aber keine Δ-Kantenfärbung besitzen, blieben nur die Fälle $\Delta = 6$ und $\Delta = 7$ ungelöst. Stefan Grünewald beweist in seiner Dissertation *Chromatic Index Critical Graphs* and Multigraphs unter anderem die Vermutung für Graphen mit maximalem Eckengrad 7.

Deuber u. A. entwickeln in [CDTK] eine Theorie von Wackelbijektionen und legen dar, wie in vielen Situationen mit Hilfe von Kettenbruchentwicklungen algorithmisch effektive Wackelbijektionen konstruiert werden. Jedoch ist es nicht immer möglich effektiv zu wackeln, da es berechenbare Teilmengen etwa von $\mathbb{Q}^2$ gibt, die mit maximaler Wackeldistanz $1/2$ wackeläquivalent zum $\mathbb{Z}^2$ - Gitter sind, aber nicht effektiv mit maximaler Wackeldistanz $1/2$ in $\mathbb{Z}^2$ gewackelt werden können. Das bestätigt eine Vermutung von Deuber.

Im Teilprojekt B6 sind folgende wichtige Ergebnisse erzielt worden:

Strukturierte Probleme

Aus diesem Teilgebiet möchten wir ein mehr theoretisches Ergebnis hervorheben, das in der Arbeit [EFr98] publiziert wurde. Es soll hier kurz geschildert werden. Es handelt sich um das asymptotische Verhalten des Spektralradius elementweise nichtnegativer Toeplitzmatrizen bzw. Block-Toeplitzmatrizen. In dieser Arbeit wird im Punktfall das bekannte Ergebnis von Schmidt-Spitzer aus dem Jahre 1960 mit anderen, der Aufgabenstellung mehr angepassten Hilfsmitteln bewiesen, die ohne weiteres eine Ausdehnung auf den Blockfall erlauben. Das Ergebnis ist das folgende.

Eine beidseitig unendliche Folge nichtnegativer $p \times p$ Matrizen $t_i, i \in \mathbb{Z}$ definiert eine Folge nichtnegativer $np \times np$ Matrizen $T_n, n \in \mathbb{N}$, wo $T_n = (t_{ik}), t_{ik} = t_{i-k}$. Die Folge $\mu_n = \rho(T_n)$ der Spektralradien ist monoton und der Grenzwert kann durch das Symbol $\sigma(\xi) = \Sigma_{i \in Z} t_i \xi^i$ ausgedrückt werden. Es stellt sich heraus, dass unter einigen Irreduzibilitätsbedingungen die folgende Relation gilt

$$\lim_{n\to\infty} \mu_n = \inf\{\rho(\sigma(\xi)) : \xi > 0\}.$$

Parallele Algorithmen

Hier soll das wichtigste Ergebnis der Dissertation von J. Liesen ([L99a]) angegeben werden. Es werden dort iterative Verfahren für große nichthermitesche lineare Gleichungssysteme $Ax = b$ behandelt. Näherungen x_m für die Lösung $A^{-1}b$ werden im Krylowraum

$$x_0 + K(A, r_0, m) = x_0 + \mathrm{span}(r_0, \ldots, A^{m-1}r_0), \; r_0 = b - Ax_0$$

auf verschiedene Weise bestimmt. Das Ziel ist, das Residuum $r_m = b - Ax_m$ möglichst klein zu machen. Das von Liesen entwickelte ABF-Verfahren benutzt dazu die Faberpolynome zu den von ihm eingeführten Bratwurstmengen.

Das sind durch wenige komplexe Parameter beschriebene einfache Teilmengen der komplexen Ebene, die das Spektrum von A näherungsweise einschließen. Die so errechneten Näherungen sind asymptotisch optimal, leicht zu berechnen und sie genügen einer Dreiterm-Rekursion. Das ist eine für die Praxis sehr wichtige Eigenschaft bei großen Dimensionen. Sie ist bei allen bisherigen Verfahren im nichthermiteschen Fall nicht gegeben und hebt damit dieses Verfahren hervor.

Eigenwertprobleme

Der zweitgrößte Eigenwert einer nichtnegativen Matrix und der zweitkleinste Eigenwert einer M-Matrix spielen in vielen Bereichen (Stochastik - Markov Ketten; Graphentheorie - Zusammenhang von Graphen; Numerische Lineare Algebra - Konvergenzgeschwindigkeit von Iterationsverfahren) eine wesentliche Rolle. In [FN 99] werden Cheeger-Typ Abschätzungen für den zweitkleinsten Eigenwert gewichteter Graphen bzw. der zugehörigen Laplace-Matrizen erzielt. Es konnte ferner gezeigt werden, daß diese Abschätzungen genauer sind als alle anderen bereits bekannten Cheeger-Typ Abschätzungen.

Diskrete Dynamische Systeme

Wir heben hier ein Ergebnis hervor, welches nicht bzw. noch nicht die diskreten dynamischen Systeme betrifft, aber eine sehr enge Verbindung zu großen Eigenwertproblemen besitzt.

In [BeLo 98] wird das Spektrum sog. wandernder Wellen analysiert, das sind Lösungen der Form $u(x,t) = v(v - ct)$ von parabolischen Systemen

$$u_t = Au_{xx} + f(u, u_x), \quad \infty < x < \infty, \quad A + A^* > 0.$$

Approximiert man v durch Lösung eines geeigneten Randwertproblems auf einem endlichen Intervall $J = [x_-, x_+]$ und linearisiert an dieser Lösung, so erhält man Differentialoperatoren $L_J u = Au'' + B(x)u' + C(x)u$ zweiter Ordnung auf J mit linearen Zweipunktrandbedingungen $Ru(x_+, x_-) = 0$. In [BeLo99] wird gezeigt, dass man die (asymptotische) Stabilität der ursprünglichen Welle noch aus dem Spektrum von (L_J, R) ablesen kann, wenn die verwendeten Randbedingungen einer Nichtentartungsbedingung genügen, die sich aus der Dispersionsrelation ergibt. Genauer werden Resolventenabschätzungen für $(L_J - sI, R)$, für $s \in \mathbb{C}$, $|\arg(s)| \leq \frac{\pi}{2} + \epsilon$, $|s|$ groß, und Approximationssätze für die isolierten Eigenwerte bewiesen. Insbesondere wird gezeigt, dass sich die Eigenwertcluster, die durch Diskretisierung aus dem essentiellen Spektrum entstehen, noch kontrollieren lassen. An einer weitergehenden Störungstheorie, die nicht nur die Einschränkung auf endliche Intervalle, sondern auch die Diskretisierung der Raum- und der Zeitvariablen mit beinhaltet, wird zur Zeit gearbeitet.

Im Projekt B 7 gehören innerhalb der drei Schwerpunktthemen I. - III. die folgenden Ergebnisse zu den wichtigsten:

Im Bereich I. "Theorie und Anwendungen verallgemeinerter Dirichletformen" ist es G. Trutnau gelungen, die Fukushima-Ito Zerlegung für eine große Klasse verallgemeinerter Dirichletformen zu beweisen. Weiterhin hat es bei der Analyse der assoziierten Generatoren substantielle Fortschritte gegeben. Im nicht-lokalen Fall, also wenn der Generator ein Pseudodifferentialoperator ist, wurde von W. Hoh ein symbolischer Kalkül entwickelt, der es insbesondere erlaubt, Parametriken für Pseudodifferentialoperatoren mit variabler Ordnung zu konstruieren. Im lokalen Fall, also wenn der Generator ein (singulärer) Diffusionsoperator ist, konnte die tiefliegende Frage seiner L^p-Eindeutigkeit in wichtigen Spezialfällen auf $\mathbb{R}^d$ vollständig in Abhängigkeit von den Koeffizientenfunktionen und des invarianten Maßes charakterisiert werden, und zwar, falls $d = 1, p > 1$ (A. Eberle), oder $d > l, p = 1$ und der Diffusionsteil nicht degeneriert ist (W. Stannat).

Zudem wurde von V.I. Bogachev und M. Röckner eine neue, rein analytische Methode entwickelt, Existenz (infinitesimal) invarianter Maße für Diffusionsoperatoren zu zeigen, und erfolgreich auf stochastische partielle Differentialgleichungen, insbesondere vom Burgers oder Navier-Stokes Typ, angewandt.

Im Bereich II. "Unendliche Teilchensysteme und maßwertige Diffusionen" ist das offene Problem, ob der Generator des Fleming-Viot Prozesses mit "parent independent mutation" einer logarithmischen Sobolev-Ungleichung genügt oder nicht, gelöst worden. W. Stannat hat bewiesen, daß dies genau dann der Fall ist, falls der zugrunde liegende Typenraum endlich ist. Weiterhin ist es in Arbeiten von S. Albeverio, Y.G. Kondratiev und M. Röckner erstmals gelungen, unendliche, sich im Kontinuum bewegende Teilchensysteme mit physikalisch relevanten singulären Wechselwirkungen rigoros als Lösung eines Martingalproblems zu konstruieren und deren Ergodizität zu zeigen, falls die Startverteilung ein extremales Gibbsmaß ist.

Im Bereich III. "Geometrie von Wahrscheinlichkeitsräumen" ist das hochaktuelle und für die weitere Entwicklung der Analysis und Geometrie auf

Schleifenräumen grundlegende, (seit über 10 Jahren) offene Problem, ob für das konditionierte Wienermaß auf dem Schleifenraum immer eine logarithmische Sobolevungleichung gilt, von A. Eberle gelöst worden. Er hat eine ganze Klasse von kompakten Mannigfaltigkeiten angegeben, für die er beweisen konnte, daß das konditionierte Wienermaß nicht einmal einer Poincare Ungleichung, also erst recht keiner logarithmischen Sobolev-Ungleichung genügt. F.Z. Gong, M. Röckner und L. Wu konnten jedoch eine strikt positive Funktion (genauer: den Grundzustand eines Schrödinger Operators) konstruieren, so daß für das mit dieser Funktion gewichtete konditionierte Wienermaß auf dem Schleifenraum hingegen eine Poincare Ungleichung gilt. Im Fall, daß die zugrunde liegende Mannigfaltigkeit eine Lie-Gruppe ist, beweist dies eine Vermutung, die L. Gross Anfang der neunziger Jahre formuliert hatte.

Nun stellen wir Ergebnisse des Teilprojekts C2 dar.

1. Baum-Algebren. In der Darstellungstheorie von Algebren endlicher globaler Dimension spielen zwei quadratische Formen eine besondere Rolle: die Euler-Form und die Tits-Form. Eine wichtige Klasse endlich-dimensionaler Algebren sind die sogenannten Baumalgebren, treten sie doch als universelle Überlagerungen monomialer Algebren auf. Die Euler Form ist invariant unter derivierten Äquivalenzen, das Objekt des Interesses ist also die derivierte Kategorie $D^b(A)$ einer Baumalgebra A. Wir nennen eine Baumalgebra A derivierte zahm, wenn die derivierte Kategorie zahm ist. Die Tits Form q_A dagegen bestimmt die Baumalgebra A eindeutig (bis auf Isomorphie), von Interesse ist hier also die Kategorie $modA$ der A-Moduln. Schon Ende der achziger Jahre wurden von de la Pena und Skowronski vermutet, daß $D^b(A)$ genau dann zahm ist, wenn χ_A nicht-negativ ist. und daß $modA$ genau dann zahm ist, wenn $q_A(N^{Q_0}) \geq 0$ gilt, wenn also, wie man sagt, q_A schwach nicht negativ ist. Die erste Vermutung wurde in zwei Schritten bestätigt: in einer Arbeit von Barot, Brüstle und de la Pena werden die Algebren behandelt, die eine Unteralgebra enthalten, die deriviert äquivalent zu E_6 ist. Für die restlichen Algebren konnte die Vermutung dann unabhängig voneinander von Brüstle und von Geiß gezeigt werden. Dabei erhält man auch eine präzise Beschreibung derjenigen Algebren, die deriviert zahm sind. Schon zum Zeitpunkt der Formulierung der zweiten Vermutung war klar, daß die eine Richtung gilt: Für a_A ist jede zahme Algebra schwach nicht-negativ. Für die Umkehrung gab es eine Vielzahl von Teilresultaten, der allgemeine Fall wurde nun von Brüstle gelöst.

2. In der Halbgruppentheorie spielt der Halbgruppe aller Endoabbildungen T_n einer Menge mit n Elementen eine ausgezeichnete Rolle. Die Frage nach dem Darstellungstyp dieser Halbgruppe über einem Körper der Charakteristik Null konnte allerdings bisher nicht vollständig beantwortet werden. Seit langem ist bekannt, daß T_n für $n < 3$ darstellungsendlich, dagegen für $n > 5$ wild ist. Im Fall $n = 4$ hatte Putcha gezeigt, daß die Halbgruppenalgebra modulo ihrem Radikalquadrat darstellungsendlich ist, insbesondere war der Köcher der Halbgruppenalgebra bekannt, nicht jedoch die Relationen. Ringel hat nun gezeigt, daß T_4 immer noch darstellungsendlich ist. Dabei stellt sich heraus, daß diese Halbgruppenalgebra speziell biseriell ist, die unzerlegbaren Darstellungen lassen sich also einfach durch Fäden beschreiben.

3. Kraft hat 1982 folgendes Problem vorgestellt: Man klassifiziere die irreduziblen Komponenten der Varietät V aller Paare(A, B) von nilpotenten nxn-Matrizen über einem Körper k, die sich annullieren (es gilt also $AB = BA = O$). Man kann V als Varietät der n-dimensionalen Modulen über einer Fadenalgebra auffassen. Die endlich dimensionalen A-Moduln wurden 1968 von Gelfand und Ponomarev klassifiziert. Unter Verwendung neuerer Resultate von Richmond und anderer kombinatorischer Methoden konnte nun Schröer, zeigen, daß für $n > 2$ die irreduziblen Komponenten von V durch ganz einfache Rang-Bedingungen definiert sind: Es gibt $n - 1$ Komponenten, und zwar für jedes i mit $1 \leq i \leq n$ betrachte man gerade die Menge der Paare (A, B), wobei der Rang der Matrix A höchstens $n - i$, der der Matrix B höchstens i ist. Jede dieser Komponenten hat Dimension $n^2 - n + 1$.

4. Die Unterscheidung zwischen Zahmheit und Wildheit ist für die Darstellungstheorie endlich-dimensionaler Algebren fundamental, sie bezieht sich auf die Kategorie der endlich-dimensionalen Darstellungen, denn, wie Ringel gezeigt hat, verhalten sich die unendlich-dimensionlane Darstellungen jeder zahmen Algebra ebefalls wild. Merkwürdigerweise basiert die übliche Definition der Zahmheit von Algebren auf der Verwendung unendlich-dimensionaler Moduln: es gab bisher keine algebraische Zahmheitsdefinition, die ohne Rekurs auf unendlich-dimensionale Moduln auskam (und die algebraisch-geometrisch Definitionen arbeiten natürlich ebenfalls, wenn auch vielleicht versteckt, mit unendlich-dimensionalen Darstellugnen). Diese Lücke wurde nun von Krause in seiner Halbilitationsschrift geschlossen: er liefert zum ersten Mal eine Charakterisierung der Zahmheit von A, die nur die Kategorie der endlich-dimensionalen Moduln involviert. Dazu betrachtet man zunächst $modA$ als einen Ring mit mehreren Objekten und führt eine neue Klasse von Idealen

ein, die fp-idempotent genannt wird. Es ist wohlbekannt, daß ein Ideal I in $modA$ genau dann idempotent ist; wenn die additiven Funktoren $modA \to Ab$, die auf I verschwinden, unter Erweiterungen abgeschlossen sind. Deshalb kann man Ifp-idempotent nennen, falls die endlich präsentierbaren Funktoren $modA \to A_b$, die auf I verschwinden, unter Erweiterungen abgeschlossen sind. Man erhält eine inklusionserhaltende Bijektion zwischen diesen Idealen und den Ziegler-abgeschlossenen Teilmengen von ZA. Diese Bijektion wird verwendet, um zu zeigen, daß A genau dann zahm ist, wenn für jedes $n \in N$ höchstens endlich viele nilpotente und fp-idempotente Ideale in $modA$ existieren, die im Ideal enthalten sind, das von den identischen Abbildungen der unzerlegbaren A-Moduln der Dimension n erzeugt wird.

5. Krause hat einen algebraischen Zugang zur sogenannten Teleskopvermutung von Bousfield und Ravenel vorgestellt. Die Vermutung besagt, daß jede lokalisierende Unterkategorie der stabilen Homotopiekategorie, die smashing ist (d.h. der entsprechende Lokalisierungsfunktor vertauscht mit beliebigen Koprodukten), von endlichen Spektren erzeugt wird. Diese Vermutung scheint nach wie vor offen; jedoch hat Ravenel ein Gegenbeispiel angekündigt. Die folgende Modifikation der Vermutung wurde nun von Krause bewiesen:

Jede lokalisierende Unterkategorie, die smashing ist, wird von Morphismen zwischen endlichen Spektren erzeugt. Die ursprüngliche Vermutung besagt dann, daß man identische Morphismen als Erzeugende wählen könnte.

6. In Arbeiten von Hille und Röhrle konnten alle parabolischen Untergruppen P klassischer Gruppen G bestimmt werden, so daß G durch Konjugation nur mit endlich vielen Bahnen auf P operiert. Es gilt folgender Satz: Sei G eine einfache klassische algebraische Gruppe und P eine parabolische Untergruppe von G. Ferner sei char k Null oder eine gute Primzahl für G. Die Anzahl der P-Bahnen auf dem unipotenten Radikal von P ist genau dann endlich, wenn einer der folgende Fälle eintritt:

(i) Die Länge $l(P_u)$ des unipotenten Radikals von P ist höchstens 4;

(ii) G ist vom Typ $D_r, l(P_u) = 5, \tau P \neq P$,

und der halbeinfache Anteil einer Leviuntergruppe von P besteht aus zwei einfachen Faktoren. Dabei ist τ Graph-Automorphismus von D_r der Ordnung 2.

7. Normallformen von Matrizendarstellungen: Eine unzerlegbare Darstellung eines Köcher heißt exzeptionell, wenn sie keine Selbsterweiterungen besitzt. Ringel hat gezeigt, daß exzeptionelle Matrizendarstellungen durch 0,1-Matrizen realisierbar sind. Ein entsprechendes Ergebnis wurde unter Einsatz des CREP-Systems von Dräxler für alle Darstellungen darstellungsendlicher Algebren verifiziert.

In den vergangenen 3 Jahren hat sich das Teilprojekt C3 mit folgenden Themen beschäftigt:

Die Reduktion von quaternionischen Shimuravarietäten an schlechten Stellen und die Berechnung der L-Faktoren an diesen Stellen. Von H. Reimann wurden abschliessende Resultate an Stellen mit prahorischer Levelstruktur erzielt. Die von Th. Zink entwickelte Theorie der Displays ermöglicht eine Klassifikation von p-dividierbaren Gruppen über einem artinschen Ring.

Dagegen weiß man, dass die bisher benutzte kristalline Theorie nur über reduzierten Ringen funktionieren kann. Der Fall eines artinschen Ringes ist jedoch für die Deformationstheorie abelscher Mannigfaltigkeiten entscheidend. Anwendungen findet man in den Arbeiten [ZI] und [W]. Ausgehend von den Displays haben A. Langer und Th. Zink eine Erweiterung der kristallinen Kohomologietheorie algebraischer Mannigfaltigkeiten ausgearbeitet. Über artinschen Ringen ist die neue Kohomologie eine feinere Invarianten als die kristallinen Kohomologie. Insbesondere ist die l. Kohomologiegruppe einer abelschen Mannigfaltigkeit ein 3n-Display.

Im Projekt C4 wurden Modulräume von geometrischen Strukturen untersucht. Es handelte sich dabei zum einen um Seiberg-Witten Modulräume für vierdimensionale Mannigfaltigkeiten mit $(Spin_C)$ - Struktur, zum anderen um Modulräume antiselbstdualer Zusammenhänge auf fünfdimensionalen Mannigfaltigkeiten oder um Hilbertschemata von Punkten auf komplexen Flächen. Ein Hauptergebnis war eine Verfeinerung der Seiberg-Witten-Invarianten vierdimensionaler Mannigfaltigkeiten in Termen der stabilen äquivarianten Homotopietheorie. Die Tragweite dieser neuen Sichtweise wurde in einigen Aspekten beleuchtet [B], bleibt aber in vielen Aspekten noch auszuloten. Weiterhin hervorzuheben ist auch die in dem Projekt begonnene weitgehende Berechnung der Kohomologieringstruktur der Hilbertschemata von Punkten durch M. Lehn [$L2$].

Abschließend berichten wir über das Teilprojekt C5:

1. Nach Definition sind die Hall-Polynome Zählpolynome, die Koeffizienten dieser Polynome können allerdings negativ sein, wie schon der Fall A_3 zeigt. Wie für die klassischen Hall-Polynome (Satz von Miller-Maley) zeigt sich, daß im Fall A_n die Entwicklung eines Hall-Polynoms an der Stelle q=1 nur nicht-negative Koeffizienten besitzt. Offensichtlich gibt es eine starke Beziehung zwischen den klassischen Hall-Polynomen und den Hall-Polynomen zum Typ A_n (und dies sollte auch so sein, entsprechend der Überlagerungstheorie von Gabriel, Riedtmann und Bongartz); der genaue Zusammenhang ist bisher aber noch völlig unklar. Für diese Fragen genügt es, die Hall-Polynome ϕ^b_{ac} zu bestimmen, so daß die Moduln zu a, c unzerlegbar sind.

Nur im Fall A_n kann man eine derartige Positivitätsaussagen erwarten, denn schon für D_4 erhält man $q-2$ als Hall-Polynom. Ringel hat 1998 vermutet, daß ganz allgemein die Entwicklung eines Hall-Polynoms an der Stelle $q = 2$ nur nicht-negative Koeffizienten besitzt. Für D_n wurde dies von Guhe bewiesen, die Fälle E_6, E_7 wurden von Ringel verifiziert. Es zeigte sich aber, daß der Fall E_8 ohne Hilfsmittel nicht angreifbar ist. Mit Einsatz des CREP-Systems gelang es Nörenberg kürzlich, alle Hallpolynome vom Typ E_8 zu konstruieren und damit die Vermutung zu beweisen. Diese Berechnungen ergaben aber eine ganz anders geartete Überraschung, deren Konsequenzen bisher noch nicht geklärt sind. Seine Rechnungen liefern alle irreduziblen Faktoren ψ der Hall-Polynome ϕ^b_{ac} mit a, c unzerlegbar. Dabei tritt ein völlig überraschender Effekt auf: Für die von q und $q-1$ verschiedenen Faktoren ψ gilt fast immer $\psi(1) = (-1)^d$ wobei d der Grad von ψist; die einzige Ausnahme ist das Polynom $q^2 - 3q + 4$ (mit $\psi(1) = 2$), das nur im Fall E_8 auftritt. Es stellt sich natürlich sofort d ie Frage, ob dies eine Auswirkung auf die Struktur der Quantengruppe $U_q(n_+)$ oder auch der universellen Einhüllenden $U(n_+)$ selbst hat, denn es sind je gerade Hall-Polynome, die als Struktur-Konstanten für die Multiplikation in $U_q(n_+)$ auftreten. Diese Frage ist nicht ohne weiteres zu beantworten, denn es ist zu betonen, daß dieses Ausnahme-Polynom ψ nur zusammen mit anderen Faktoren auftritt, und zwar jeweils mit mindestens einem Faktor der Form $q-1$

2. Zelluläre Algebren sind von Graham und Lehrer eingeführt worden, um typische Merkmale von Gruppenalgebren symmetrischer Gruppen bei Hecke-algebren und Braueralgebren wiederzufinden. Während Graham und Lehrer vor allem an Fragen der Berechnung einfacher Moduln interessiert waren, ha-

ben nun Köning und Xi damit begonnen, eine Strukurtheorie für diese Algebren zu entwickeln. Es ist leicht zu sehen, daß quasi-erbliche Algebren zellulär sind, sofern sie eine Involution zulassen, welche die Idempotente festhält, die die Ideale in der Vererbungskette erzeugen (das ist hinreichend, aber nicht notwendig).

Daher sind sowohl Schuralgebren (die die rationale Darstellungstheorie halbeinfacher algebraischer Gruppen in beliebiger Charakteristik liefern) zellulär als auch die Blöcke der Bernstein-Gelfand-Gelfand Kategorie $\mathcal{O}$. König und Xi haben eine strukturelle Definition für Zellularität gefunden (anstelle der rechnerischen von Graham und Lehrer), die es erlaubt, Standardmethoden der Darstellungstheorie endlich-dimensionaler Algebren anzuwenden, um Grundfragen etwa nach der Struktur der Standardmoduln (=Zellmoduln), nach Schranken bei globaler Dimension und bei Loewylänge usw. anzugehen. Weiterhin haben König und Xi eine induktive Konstruktion aller zellulären Algebren angegeben: Aus vorgegebenen halbeinfachen Algebren sowie Daten der linearen Algebra können all diese (und nur diese) Algebren durch eine Art Aufblasen gewonnen werden.

3. Die Frage nach der Existenz einer Doppelzentralisatoreigenschaft spielt in der Algebra eine wichtige Rolle, sie ist für die algebraischen Lietheorie grundlegend. So verbindet die Schur-Weyl Dualität die Darstellungstheorien der allgemeinen linearen mit der symmetrischen Gruppe (bzw der quantisierten Versionen). Entsprechende Zusammenhänge gibt es zwischen orthogonalen und symplektischen Gruppen einerseits und der Braueralgebra andererseits. In Charakteristik Null hat Soergel bewiesen, daß Die Algebra A eines Blockes der Kategorie $\mathcal{O}$ in Doppelzentralisatoreigenschaft zum Endomorphismenring eAe des eindeutigen unzerlegbaren projektiv- injektiven Moduls steht. (Soergel hat auch bewiesen, dass im Falle des Hauptblocks der Endormorphismenring eAe mit der Koinvariantenalgebra übereinstimmt, das heißt mit dem Kohomologiering der zugehörigen Fahnenmannigfaltigkeit. Im allgemeinen ist eAe eine - unter der Operation einer Untergruppe der Weylgruppe invariante - Teilalgebra der Koinvariantenalgebra.) Einen neuen Beweis dieses Satzes wurde von König gemeinsam mit C. C. Xi und I. H. Slungård ausgearbeitet. Im Gegensatz zu Soergels Beweis beruht dieser Beweis auf abstrakten ringtheoretischen Resultaten von Tachikawa. Wesentlich ist dabei die Existenz eines treuen projektiv-injektiven Moduls, also eines speziellen Kippmoduls. Mit anderen Worten: Sei A ein Block der Kategorie 0. Dann ist A eine $QF-3$ Algebra von dominanter Dimension mindestens zwei. Soergels Satz ist in ge-

wissem Sinn ein Analogon zur Schur-Weyl Dualität. Tatsächlich erhält man eine ganz ähnliche Struktur auch bei (klassischen wie quantisierten) Schuralgebren. Sei $n \geq r$. Dann ist die Schuralgebra $S_k(n,r)$ eine $QF-3$ Algebra von dominanter Dimension mindestens zwei. Für $n < r$ ist dies im allgemeinen falsch - es existiert dann im allgemeinen kein treuer projektiv-injektiver Modul. Aber es zeigt sich, dass eine Verallgemeinerung der ringtheoretischen Begriffe hier sinnvoll ist: Sei $n < r$. Dann gibt es einen treuen Kippmodul T, so dass die Schuralgebra $S_k(n,r)$ von T-relativer dominanter Dimension mindestens zwei ist.

Als Anwendung erhält man strukturelle (und im Gegensatz zu den bekannten Beweisen nur einfache Rechnungen benötigende) Beweise sowohl der klassischen als auch der quantisierten Schur-Weyl Dualität. Diese Beweise decken tatsächlich eine allgemeinere Situation ab, so dass dadurch die Schur-Weyl Dualität in eine ganze Familie von Doppelzentralisatoreigen schaften eingebettet wird.

1.3 Kooperation, Gäste, Verbindungen

a) Innerhalb des SFB

Die einzelnen Teilprojekte des SFB haben auch in den letzten drei Jahren wie schon in den vergangenen Berichtszeiträumen auf vielfältige Weise miteinander kooperiert. Es gab eine Reihe gemeinsamer Seminare, die speziellen Fragestellungen gewidmet waren und die zu gemeinsamen Untersuchungen Anlaß gaben. Erwähnt werden sollen hier insbesondere die Arbeitsgemeinschaft zur axiomatischen stabilen Homotopie-Theorie und zu den A_∞-Algebren, die gemeinsam von den Teilprojekten A1, C2 und C4 durchgeführt wurden, wie auch ein Seminar zu Beziehungen wischen der Zahlentheorie und der Stochastik der Teilprojekte B3 und C3. Auch die im Anhang dokumentierten Tagungen und Workshops wurden in der Regel von mehreren Teilprojekten gemeinsam organisiert. Einige Stichworte sollen verdeutlichen, welche Themenstellung im Vordergrund gemeinsamer Untersuchungen standen. Zu nennen sind hier die algebraischen Gruppen, die den Schwerpunkt der Arbeit des Teilprojekts A2 bilden, die aber an entscheidenden Stellen auch in anderen Teilprojekten, insbesondere den Teilprojekte A1, A3, C2 und C5 betrachtet werden. Auch sonst spielen gruppentheoretische Methoden bei vielen Fragestellungen eine wichtige Rolle, solche der asymptotischen Gruppentheorie haben die Teilprojekte A3 und B4 verbunden. Die Ubiquität kombinatorischer Methoden in verschiedensten mathematischen Zusammenhängen muß als eines der Markenzeichen

dieses SFB gesehen werden, sie sind für sehr viele der Untersuchungen konstitutiv, als erstes natürlich innerhalb des Projektbereichs B. Zu erwähnen sind hier die Teilprojekte B1 und B4, die explizit im Titel auf die Kombinatorik verweisen, zusätzlich aber auch die Verwendung kombinatorischer Hilfsmittel in der Informationstheorie (B2) und in der Stochastik (B3). Was den Projektbereich A anbetrifft, so sind natürlich schon die im Titel genannten simplizialen Methoden in vieler Hinsicht kombinatorisch angelegt, gleiches gilt auch für die im Teilprojekt A3 thematisierte Geometrie 3-dimensionaler Mannigfaltigkeiten. Im Projektbereich C sind es vor allem die Teilprojekte C2 und C5, in denen sehr stark auf kombinatorische Verfahren zurückgegriffen wird. Auch stochastische Algorithmen spielen in vielen der Teilprojekte, insbesondere aber in B2 und B3 eine entscheidende Rolle. Die Teilprojekte B3 und B7 haben bei der Untersuchung von Dirichletformen, von Modellen der statistischen Mechanik und großer Abweichungen kooperiert. Fragen der Geometrie und Topologie von Schleifenräumen wie auch solche der topologischen Quantenfeldtheorie verbinden die Teilprojekte C4 und B7. Es sollte nicht überraschen, daß Eigenwertfragen, die einen großen Stellenwert im Teilprojekt B6 besitzen, auch in vielen der anderen Teilprojekte beantwortet werden müssen, auch hier war eine gezielte Zusammenarbeit notwendig. Schließlich soll noch auf die Modulräume hingewiesen werden, die in allen Teilprojekten des Projektbereichs C eine wichtige Rolle spielen.

Im SFB-Seminar, das üblicherweise am Montag Nachmittag stattfand, haben Mitarbeiter und Gäste in Einzelvorträgen über neuere Untersuchungen, die im Rahmen des SFB durchgeführt wurden, vorgetragen. Im Gegensatz zu den sonstigen Seminarvorträgen, die sich an die jeweiligen Spezialisten wandten und die den eher detaillierten und technischen Themen vorbehalten waren, wurde hier versucht, alle Arbeitsgruppen anzusprechen und auf diese Weise eine gemeinsame Plattform zu schaffen. Für die Zusammenarbeit zwischen den einzelnen Arbeitsgruppen sollte nicht nur auf die gemeinsamen Seminare, Arbeitsgemeinschaften und Workshops, wie auch das SFB-Seminar verwiesen werden, für ebenso wichtig muß der "Blaue Salon" gelten, in dem Kaffee und Tee bereit standen. Gerade in der Mittagszeit trafen sich hier regelmäßig Vertreter der meisten Arbeitsgruppen und diskutierten über vielfältige Fragen, fast immer auch über die anstehenden mathematischen Problemstellungen.

Im SS 2000 fand unter Leitung von Herrn Carstens ein Seminar über die Hilbert-Probleme statt, das vor allem vom SFB getragen wurde und das auf sehr reges Interesse in der Fakultät stieß.

b) Innerhalb der Universität.

Die Zusammenarbeit mit Kollegen anderer Fakultäten fand vor allem im Rahmen des Forschungsschwerpunkt Mathematisierung (FSP) statt. Thematische Schwerpunkte dieser Zusammenarbeit waren einerseits Fragen der Graphentheorie und der Strukturgenerierung, die insbesondere auch Anwendungen in der computerunterstützten Chemie besitzen (B4), andererseits die diskreten dynamischen Systeme, wie sie vor allem im Teilprojekt B6 untersucht werden. Die Seminare im Bereich B1/B2 waren für die technische Fakultät und die Fakultät für Physik von Interesse.

c) National und International

Als erstes ist hier zu erwähnen, daß die personellen Verzahnungen mit Institutionen außerhalb Bielefelds weiterbestanden: dies betrifft vor allem das Teilprojekt A1 mit einer ganzen Arbeitsgruppe in Osnabrück, aber auch anderer Teilprojekte mit auswärtigen Mitgliedern aus Jena (B1/B2), Bremen (B6), Chemnitz (B6,C2), Paderborn bzw. Hagen (C2), die regelmäßig an Veranstaltungen des SFB teilgenommen haben. Die Zusammenarbeit mit ihnen war für die Arbeit in den jeweiligen Teilprojekten wichtig. Sie hat wesentlich zum Erfolg des SFB beigetragen.

Der Name BiBoS stand früher als Abkürzung für die Zusammenarbeit im weiten Feld stochastischer Fragestellungen mit Bochum, jetzt muß hier auch Bonn genannt werden. Die Zusammenarbeit mit Bochum und Bonn betraf vor allem Mathematiker des Teilprojekts B7. Seit 1998 gibt es einen DFG-Forschungsschwerpunkt *Interagierende stochastische Systeme von hoher Komplexität*, an dem Mathematiker der Teilprojekte B3 und B7 beteiligt sind.

Wie in den früheren Berichten sind die Vielzahl internationaler Beziehungen hervorzuheben. Eine wichtige Rolle haben wieder die Gasteinladungen gespielt, die vom SFB ausgesprochen wurden. Dabei wurde versucht, alle für die Arbeit in den Teilprojekten relevanten Experten für einige Zeit an den SFB einzuladen. Der auf diese Weise ermöglichte Gedankenaustausch hat die Arbeit des SFB sehr befruchtet. Das Interesse, das an einer Zusammenarbeit mit den Mathematikern des SFB besteht, hat sich umgekehrt aber auch in den Einladungen widergespiegelt, andere Institutionen und Forschungseinrichtungen zu besuchen. Auch im Rahmen vieler Tagungen, zu denen Bielefelder Mathematiker als Hauptvortragende eingeladen wurden, haben sich Kooperationsmöglichkeiten ergeben. Die Arbeit des SFB hat sehr davon profitiert, daß in den letzten Jahren in steigendem Maße Mathematiker mit Stipendien

oder eigenen Mitteln an den SFB gekommen sind, um mit den hiesigen Mathematikern zusammenzuarbeiten und an den mathematischen Aktivitäten des SFB zu partizipieren. Hier kann keine vollständige Übersicht gegeben werden, doch sollen exemplarisch wenigstens einige Programme erwähnt werden.

Als Humboldt-Preisträger waren in der letzten Antragsperiode in Bielefeld:

G. A. Margulis (Yale), S. Adian (Moskau), L. Gross (Cornell), G. Lehrer (Sydney), E. B. Vinberg (Moskau)

Ihrer Anwesenheit in Bielefeld und ihrer Mitarbeit in Arbeitsgemeinschaften und Seminaren verdankt der SFB entscheidende Impulse.

Hier die Namen der Humboldt-Stipendiaten, die im Berichtszeitraum in Bielefeld waren:

P. Ahn (Budapest), V. Bentkus (Vilnius), M. Bloznelis (Vilnius), S. G. Bobkov (Syktyvkar), V. Chernousov (Minsk), B. Deng (Beijing), W. Gaida (Poznan), O. T. Izhboldin (St. Petersburg), A. Skowronski (Torun), V. V. Ulyanov (Moskau), F. Y. Wang (Beijing), A. Yu. Zaitsev (St. Petersburg).

Einzelne Arbeitsgruppen des SFB sind in verschiedene europäische Netzwerke eingebunden, die durch Programme der EU unterstützt werden, einige dieser Netzwerke wurden oder werden von Bielefeld aus koordiniert, wie etwa das Dimanet Netzwerk durch Walter Deuber.

Insbesondere sind aus den Teilprojekt A2B die EU-Projekte

- Drei konsekutive EU-Intas-Projekte zu den Themen "Lineare Algebraische Gruppen, Algebraische K-Theorie, und verwandte Strukturen" unter Beteiligung von Instituten in Alma-Ata, Besancon, Bielefeld, Ghent, Minsk, Tbilisi, St. Petersburg

und

- Ein EU-TMR-Projekt zum Thema "Algebraisch K-Theorie, Lineare Algebraische Gruppen und verwandte Strukturen" unter Beteiligung von Instituten in Besancon, Bielefeld, Dublin, Duisburg, Genua, Louvain-la-Neuve, Minsk, Odense, Paris, Regensburg, Strasbourg, Tbilisi, St. Petersburg

hervorgegangen.

Im Rahmen dieser Programme sind zahlreiche Mathematiker nach Bielefeld gekommen und es wurden Tagungen und Sommerschulen zum Training junger Wissenschaftler durchgeführt. Der DAAD hat die Zusammenarbeit mit Kiev gefördert, die VW-Stiftung unterstützt ein Kooperationsprojekt zur Zusammenarbeit mit chinesischen Mathematikern, das von Bielefeld aus koordiniert wird.

Mit dem DIMATIA, Center of Discrete Mathematics, Theoretical Computer Science and Applications in Prag und dem Paul Erdös Summer Research Center of Mathematics der János Bolyai Mathematical Society in Budapest wurden 1997 bzw. 1998 Kooperationsabkommen abgeschlossen, um die Zusammenarbeit zu intensivieren und Wissenschaftler und Doktoranden auszutauschen.

Teil 2
Berichte über die einzelnen Teilprojekte

Projektbereich A	*Simpliziale Methoden und ihre Anwendungen*
Projektbereich B	*Diskrete Modelle*
Projektbereich C	*Algebraische und Geometrische Methoden und ihre Anwendungen*